

Indholdsfortegnelse

[Kapitel 3 modellen – Den basale Solow-Model. (bemærk lukket økonomi) 2](#_Toc59115832)

[Kapitel 4 modellen – Åbne kapitalmarkeder (lille åben økonomi) 7](#_Toc59115833)

[Kapitel 5 modellen – Solow modellen med teknologisk vækst. (Bemærk lukket økonomi) 9](#_Toc59115834)

[Kapitel 6 modellen – Humankapital 14](#_Toc59115835)

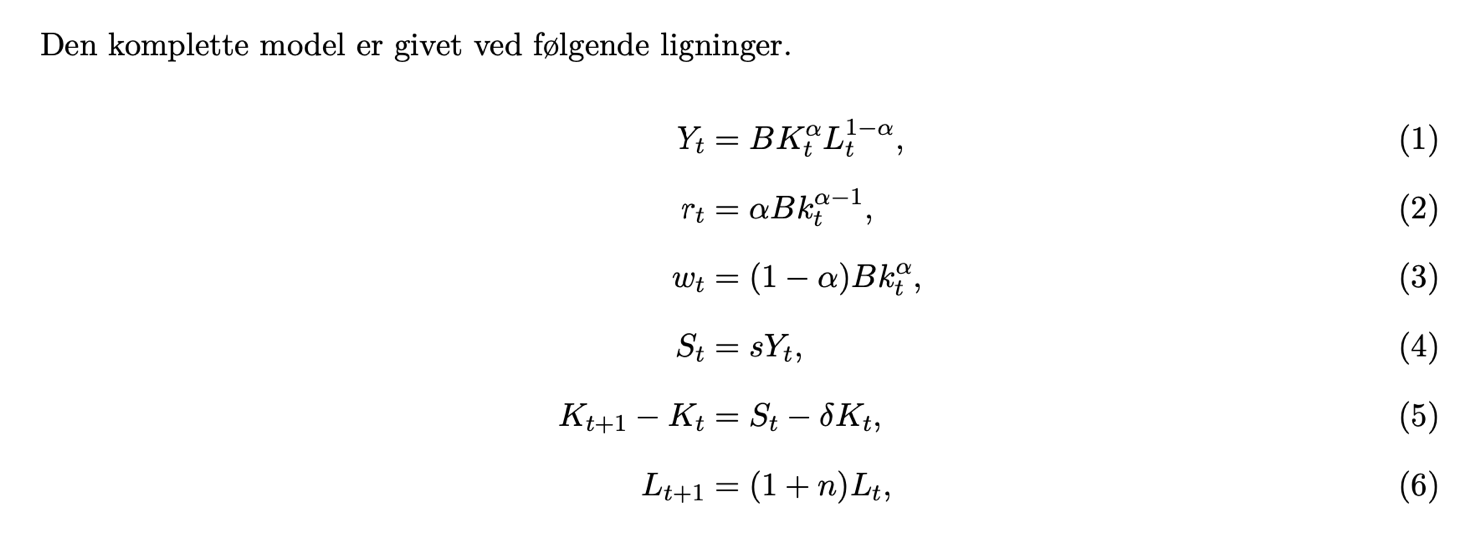
[Kapitel 7 modellen – Land. (Bemærk vi arbejder med en lukket økonomi) 17](#_Toc59115836)

[Kapitel 7 modellen – Olie (udtømmelig naturressource) Bemærk vi kigger på en lukket økonomi 22](#_Toc59115837)

[Kapitel 8 modellen – Produktive eksternaliteter og endogen vækst 25](#_Toc59115838)

[Kapitel 9 modellen – Med forskningssektor (R&D). (bemærk vi kigger på en lukket økonomi). 29](#_Toc59115839)

# Kapitel 3 modellen – Den basale Solow-Model. (bemærk lukket økonomi)



Bemærk her at ligning (2) og (3) er ikke nødvendigvis medtaget, fordi de er baseret på identiske profitmaksimerende virksomheder, der efterspørger arbejdskraft der er karakteriseret ved fuldkommen konkurrence. I ligning 2 og 3 stammer lille k fra: .

Output pr. arbejder findes ved at dividere vores produktionsfunktion (1) med .

Transitionsligningen findes ved at tage udgangspunkt i kapitalakkumulationen, indsætte opsparingsadfærden fra (4) og dividere med (6).

Indsætter i udtrykket for at få transitionsligningen.

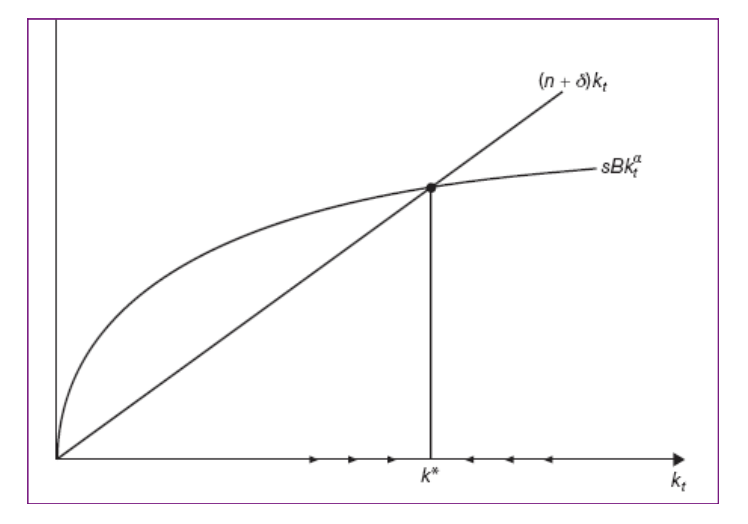
Solowligningen findes ved at trække fra på begge sider af transitionsligningen.

Hvor angiver opsparingen af kapital, mens angiver nedslidningen/udtynding af kapital i økonomien.

Steady state for : i denne økonomi forekommer det når . Det er altså i det scenarie, hvor økonomiens opsparing er lig med nedslidningen/udtyndingen at vi ingen vækst har og dermed er i SS. Vi finder SS-værdien ved at sige i vores transitionsligning og isolerer for k\*.

Steady state for indsæt k\* i udtrykket for .

Solow-diagrammet for den her økonomi tegnes ved en 45 graders linje, og en kurve, der bevæger sig først over linjen indtil den skær, hvormed hældningen bliver fladere og fladere. Det er netop i skæringspunktet at vi har k\*, hvor der ikke er vækst længere, fordi alt kapital vi opsparer bliver modvirket af nedslidning på kapitalen. Vi har altså aftagende marginalprodukt på kapital, fordi effekten af at investerer bliver mindre og mindre effektiv på marginalen.



Inada- betingelserne:

1. Transitionsligningen starter i (0,0) :
2. Transitionsligningen er voksende. Det vises ved, at differentiere transitionsligningen m.h.t .

, hvilket modellen antager (rimelig plausibel antagelse).

1. Transitionligningens hældning er aftagende. Det vises ved, at den anden afledte er negativ.

Da pr. definition er dette opfyldt

1. Transitionsligningen er stejlere end 45-graders linjen i grænsen mod 0 fra højre side.
2. Transitionsligningen er fladere end 45-graders linjen i grænsen mod fra venstre side.

Konvergens

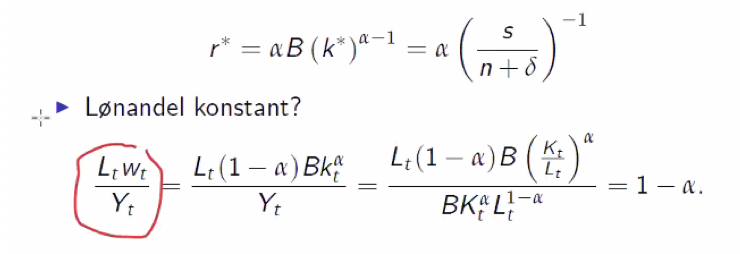
*Absolut konvergens*. Man tror på at BNP pr. arbejder konvergerer til en og samme vækstbane i alle lande, så alle lande konvergerer til sammen BNP pr. arbejder niveau.

*Betinget konvergens*. Under denne hypotese vil indkomst pr. arbejder (eller pr. capita) i et land konvergere til en lande-specifik vækstbane på lang sigt, som afhænger af landets basale strukturelle karakteristika.

*Klubkonvergens*. Under denne hypotese konvergerer indkomst pr. capita i et land mod en langsigtet vækstbane som afhænger af landets basale strukturelle karakteristika og om, hvorvidt landets initiale BNP-niveau er over eller under en specifik grænseværdi.

Pointer for kapitel 3:

* Hvis kapital smadres fra den ene dag til den anden (eksempelvis via en naturkatastrofe), så vil det svare til at man i ryger tilbage ned ad solow-diagrammet, men vil konvergere tilbage mod SS.
* Hvis man sagde at man øgede opsparingskvoten s < s’ vil det svarer til at forskyde transitionsligningen opad, og dermed opnå et højere k\*.
* Ud fra ligning (2) og (3), hvor der er udtryk for reallejesatsen og lønandelen, ses det, at de kun afhænger af kapitalen Det betyder, at når kapital er konstant, som den er i SS, så er reallejesatsen og lønandelen også konstant.



* Ingen positiv vækst på lang sigt, grundet aftagende marginalprodukt til kapital og ingen teknologisk vækst.

# Kapitel 4 modellen – Åbne kapitalmarkeder (lille åben økonomi)

**Modellen:**

Et billede, der indeholder tekst

Automatisk genereret beskrivelse

I denne model justerer fysisk kapital sig øjeblikkeligt til steady state niveauet – følger at ligning (7). Det skyldes at realrenten i indlandet skal være lig realrenten på verdensmarkedet, som følge af arbitragebetingelsen.

**Introduktion:**

Det nye i modellen er introduktionen fra lukkede til åbne kapitalmarkeder. Det betyder, at opsparing ikke længere er lig investering. Altså det man sparer op indenlands, bliver ikke nødvendigvis investeret indenlands, som det gælder for lukkede økonomier. Der bliver også introduceret to nye endogene størrelser. Formue: hvor er nettofordringerne. Formue er den kapital som indlandet ejer i både udland og indland. Altså er det man ejer i indlandet og er det man ejer/skylder i udlandet. Hvis er negativ skylder man (nettodebitor) og hvis er positiv skylder udlandet penge til indlandet (nettokreditor). er nationalindkomst, altså indenlandsk produktion plus nettofordringer.

Da man her taler om et lille land, medfører det at den internationale lejesats tages for givet, hvilket betyder at . Før fandt vi . Nu har vi .

Det vil sige, at bestemmes af renten, som nu er givet ved den internationale rentesats. Det er sikret på grund af arbitrage, som altid er givet fordi man ville kunne låne i udlandet og investere i indlandets hvis udenlandsk rente var lavere end indenlandsk og omvendt.

er bestemt uden påvirkning fra formue, nationalindkomst og nettofordinger. Men de kan påvirke den anden vej.

Steady state for : Lidt specielt for den her model. Da vi har ækvaviliseret realrenterne, så vi får at medfører at er konstant og vi siger at altid er i SS. Hvilket giver ved at isolere k i ligningen fra før:

Grunden til vi siger at vi altid er i er at, hvis man mangler kapital til at være i steady state vil man bare låne det fra udlandet og dermed være i steady state næste periode. Der er altså ikke på samme måde den længervarende konvergens mod steady state.

Steady state for : findes bare ved at indsætte i produktionsfunktionen som vi ved er givet ved .

=   
Altså er også altid i SS.

Steady state for : Reallønnen justeres sig ligeledes øjeblikkeligt til steady state-niveauet, ses ved at indsætte i modellens ligning for reallønnen:

Altså er også altid i SS.

*Se længere nede for SS værdi, for og .*

Transitionsligning for formue: I dette kapitel er kapital konstant og akkumulerer derfor ikke over tid, altså er der ingen transitionsligning i men formue akkumulerer, der er i kapitel 4 derfor en transitionsligning for formue,

Tretrinsraketten til transitionslignignen i formue:

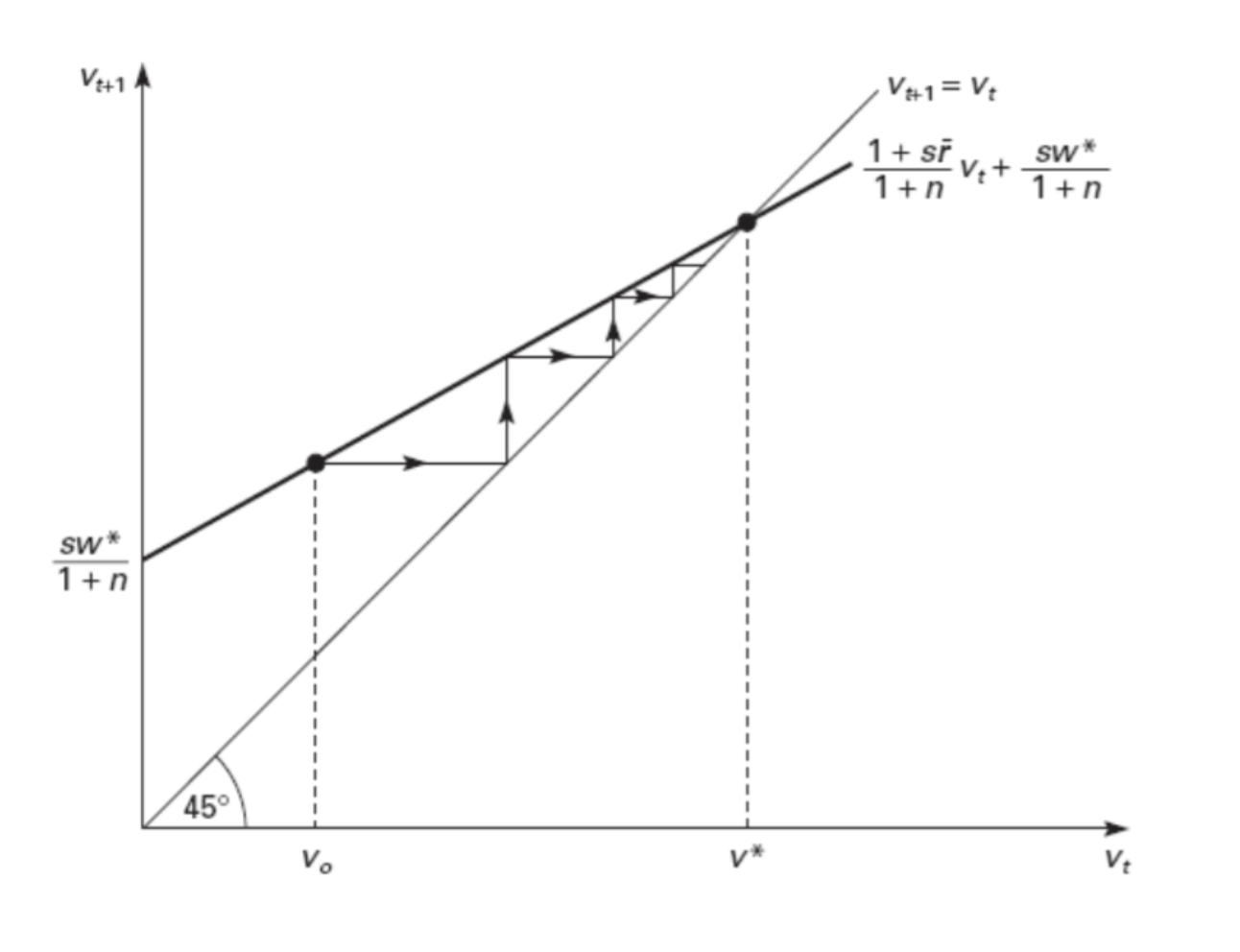
1. Starter med . Det dividerer vi med og indsætter .
2. Vi indsætter =>
3. Vi finder et udtryk for nationalindkomsten pr. arbejder:   
      
      
   Det kommer fra at nationalindkomst pr. arbejder er givet ved reallønnen plus afkastet fra formue (positivt eller negativt)

For at overskueliggøre det kan det omskrives til to seperate brudstykker:

og skæring med 2. aksen ved . Konvergens følger, hvis transitionsligningens hældning er mindre end 1, som netop er hældningen på 45-graders linjen. Så vil der være en unik positiv skæring med 45-graders linjen, givet ved en strengt positiv værdi af , denne kaldes . Dermed gælder for en vilkårlig prædetermineret formue, have at konvergerer mod steady stateniveauet .

For at hældningen er mindre end 1 må følgende ulighed være opfyldt:

Ovenstående ulighed kaldes stabilitetsbetingelsen/konvergensbetingelse.



Steady state værdi for : Da vi nu ved, at der er konvergens, kan vi finde steady-state værdien, af formue pr. arbejder, ved at indsætte steady state-betingelsen, , i transitionsligningen:

Steady state værdien er positiv under stabilitetsantagelsen, .

Steady state værdi for

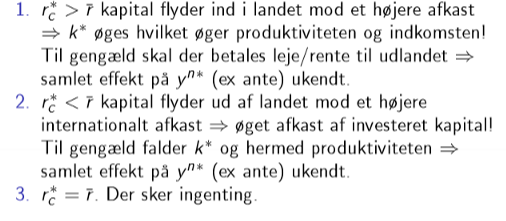
Vi kan finde den udelukkende afhængig af parametre:

**Intuition:**

Det ses ud fra steadystateværdierne, at mere opsparing, højere B (teknologi) er godt. Og lavere n (befolkningstilvækst) øger nationalindkomsten.

Der er helt samme politikanbefalinger som for en lukket model, nogle af ændringerne går bare igennem formue i stedet for kapital. For eksempel ses det, at en stingnig i s vil medføre højere formue, som vil medføre øget indkomst.

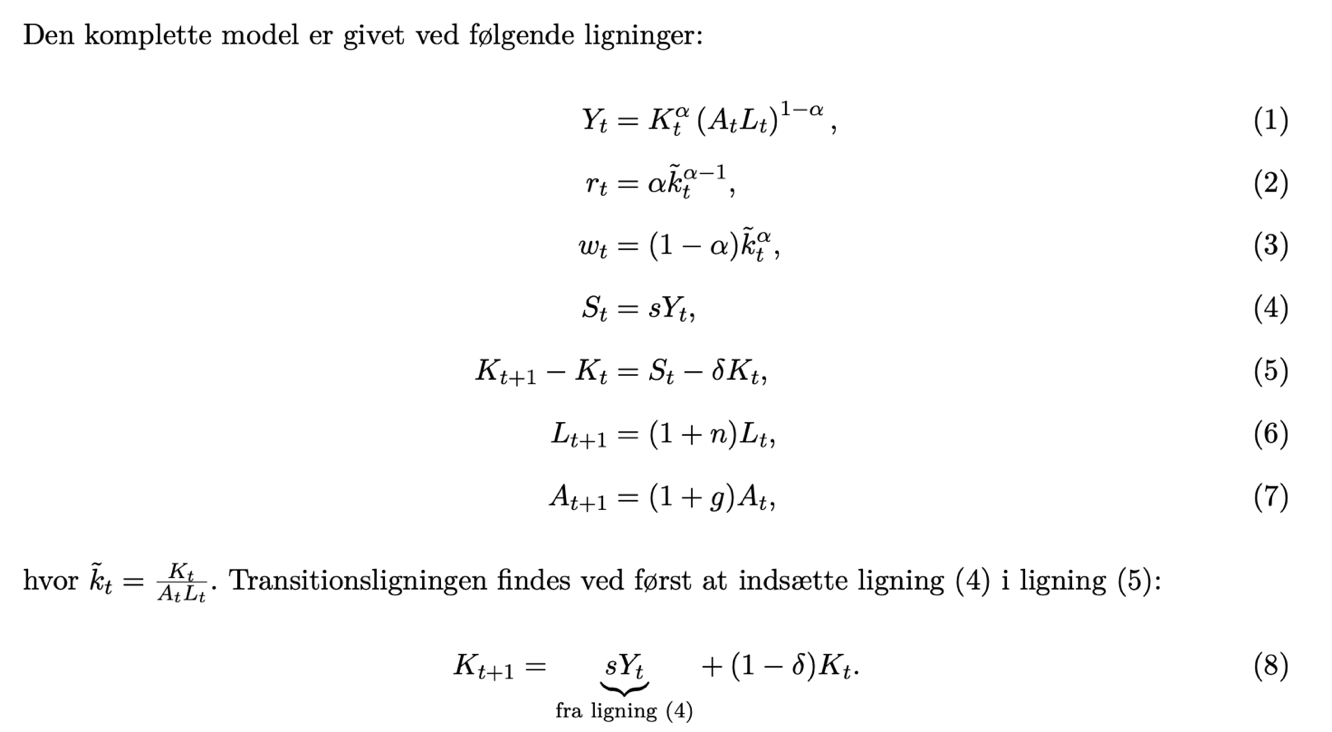
En stigning i s eller et fald i n vil i den åbne økonomi ikke øge lille y (produktiviteten), eneste måde at øge produktiviteten er derfor en stigning i B: . I den åbne økonomi sker dette med det samme, pga. internationale kapitalmarkeder, modsat i den lukkede økonomi, som har en tilpasningsperiode.



Sammenlign om det er godt med åbne eller lukkede kapitalmarkeder:

og se om det større eller mindre end 1. Større end 1 betyder det er godt at åbne. Vores intuition siger, at det altid kan betale sig at åbne for kapitalmarkederne, med mindre at den indenlandske rente er lig den udenlandske, der vil det ikke have noget effekt. Et modargument vil være modsatrettede effekter for kapitalejere og arbejdere, da indkomstfordelingen vil ændres, hvilket kan betyde øget ulighed.

# Kapitel 5 modellen – Solow modellen med teknologisk vækst.



Det nye i modellen er, at teknologisk vækst er medtaget. Den teknologiske vækst er medtaget, fordi det løser vores problem fra kapitel 3 med ingen langsigtet vækst.  
Bemærk, at det **Harrod-neutral** teknologi. Det ses ved, at er ganget på , altså påvirker teknologiske fremskridt arbejdskraften direkte, mens kapitalen og den samlede produktion således påvirkes indirekte. Hvis teknologiske fremskridt øger effektiviteten af arbejdskraften, så øges effektiviteten af arbejdskraften hurtigere end antallet af arbejdere.

Output/BNP pr. effektiv arbejder. Bemærk vi nu kigger på pr. effektiv arbejder, fordi vi har teknologisk vækst med i modellen og ganget på .

Transitionsligningen. Tager udgangspunkt i ligning (5), hvor vi rykker rundt så , står alene. Indsætter udtrykket og dividerer med .

Udnytter at jeg ved (kan findes ved at dividere produktionsfunktionen med .

Solow ligningen. Den finder jeg ved, at trække fra på begge sider af transitionsligningen.

Modificerede solow ligning. Den finder jeg ved at dividere solowligningen med .

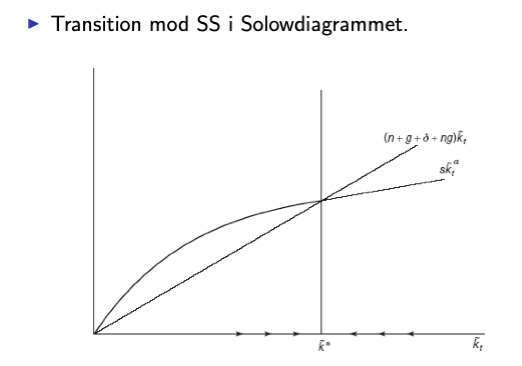
Steady-state. Steady-state værdien for kapital pr. effektiv arbejder findes ved at sætte

. Værdien kan enten findes ud fra transitionslignignen eller Solowligningen. Hvis man tager udgangspunkt i Solowligningen svarer det til at sætte denne lig 0 og isolerer for .

Steady state værdien for output pr. effektiv arbejder findes ved, at indsætte ovenfor fundne værdi for

Vi er mere interesseret i y\*, fordi y-tilde er en fiktiv konstrueret variabel.

Solowdiagram. Vi ser transitionsligningen har samme form som kap 3. Det der er ændret fra kapital 3 er, at 45 graders linjen er påvirket af g og ng. Det gælder, at vi har teknologisk vækst med i modellen, som gør at væksten i kapital nu også påvirkes af teknologisk vækst. Faktoren B fra kapitel 3 er erstattet med i kapitel 5. De samme betingelser vedrørende aftagende marginalprodukt gælder stadig i denne model, fordi det bliver mindre effektivt på marginalen at investerer.



Inada-betingelser:

1. Transitionsligningen starter i (0,0) :
2. Transitionsligningen er voksende. Det vises ved, at differentiere transitionsligningen m.h.t .

Det gælder for , som er antaget i modellen og stemmer overens empirisk.

1. Transitionligningens hældning er aftagende. Det vises ved, at den anden afledte er negativ.

Da pr. definition er dette opfyldt

1. Transitionsligningen er stejlere end 45-graders linjen i grænsen mod 0 fra højre side.

Det gælder at hældingen går mod uendelig, fordi er opløftet i en negativ potens, da a < 1. Det betyder at er divideret på udtrykket. Når nævneren går mod 0, går hele udtrykket mod .

1. Transitionsligningen er fladere end 45-graders linjen i grænsen mod fra venstre side.

Det gælder at hældningen er 0 når k går mod uendelig, fordi a<1 og dermed er opløftet i noget negativt. Det betyder at er divideret på udtrykket. Når nævneren går mod uendelig, går hele udtrykket mod 0.

Linearisering. I denne model har vi en transitionsligning som er udtrykt ved en differens ligning. Vi løser det ved at linearisere differensligningen. Man gør det ved b.la. at udnytte taylor- approksimation og på den måde få en lineær løsning af differensligningen. Fra Martin Nørgaard ser jeg at løsningen er:

Det er altså et udtryk for konvergenshastigheden vi får ved at lineariserer transitionsligningen. Alpha er altså afgørende for konvergenshastigheden. Større = lavere konvergenshastighed, hvilket skyldes at det aftagende marginalprodukt til kapital er mindre. Når a ->1 vil -> 0, da skalaafkastet til kapital er konstant. Parametrene trækker modsatte vej, da nedslidning/udtynding stiger.

er udtryk for en bestemt andel af den relative afstand for output mellem periode t og til SS. Lambda er altså et udtryk for konvergensraten. Er lambda = 0,03, så mindskes afstanden til SS med 3 pct. hver periode.

Pointer fra kapitel 5:

* Vækstraten i BNP kan kun komme fra to kilder. Teknologisk vækst og kapitalakkumulation. På kortsigt kan væksten komme fra begge kilder, men på lang sigt kommer væksten udelukkende fra teknologisk vækst.
* Der er vækst i SS givet den teknologiske vækst (g).
* Når vi tester konvergensligningen vil vores teoretiske model overvurderer den faktiske konvergenshastighed. Det løser vi i kapitel 6, hvor humankapital tilføjes.
* Fra transitionsligningen ser vi at højere s, lavere n og delta er elementer, som får indkomstniveauet til at stige.
* Effekten af at øge opsparingsraten har en for lille effekt på indkomstniveauet. (Mangler humankapital).
* Der vil kun være niveau effekter for BNP pr. capita, hvis befolkningsvæksten ændrer sig.

# Kapitel 6 modellen – Humankapital

**Introduktion:**

Et billede, der indeholder tekst

Automatisk genereret beskrivelse

Man akkumulerer humankapital over tid, altså det er nemmest at se humankapital som uddannelse, altså at man får mere af det og bliver bedre til det, også i takt med at man investerer mere i det. Der er ikke et marked for humankapital, ligesom der er for fysisk kapital. Indkomstandelen er som de altid har været, med 1/3 kapital og den tredjedel som før var, hos arbejderne er rykket over til humankapitalen men går dermed stadig indirekte til arbejderne, altså 2/3.

**Transitionsligninger**:

Her ses der på tildevariable, når vi analyserer modellen. Forskellen fra andre modeller er, at der er to transitionsligninger og dermed også to solowligninger.

Transitionsligning for :

Vi indsætter produktionsfunktionen:

Transitionsligning for

Vi indsætter produktionsfunktionen:

**Solowligningerne:**

Solowligningen for kapital pr effektiv arbejder:

Solowligningen for humankapital pr effektiv arbejder:

**Steady state:**

Det er vigtigt at påpege, at tildevariablene er konstante i Steady State.

Det er nemmest at finde steady state værdierne ud fra solowligningerne.

Vi ser først på solowligningen for fysisk kapital:

Herefter ser vi på solowligningen for humankapital:

Vi deler de to udtryk med hinanden:

Vi kan heraf udlede:

og

Vi kan finde steady state værdien for humankapital, ved at indsætte :

Vi kan finde steady state værdien for fysisk kapital, ved at indsætte :

Steady state for : Det er værd at bemærke at er lidt speciel, altså man ganger de to SS-værdier sammen og opløfter dem i deres respektive vægte.

Da tildevariable er konstruerede variable er vi mest interesserede i steady state vækstbanen for BNP pr arbejder, netop :

Elasticitet i SS: Elasticitet i kapitel 6 for opsparing i fysisk kapital er . Elasticiteten uden humankapital () for fysisk kapital er . Vi ser altså at *elasticiteten er større med humankapital*. Det er fordi, mere opsparing => mere kapital => højere produktion => mere uddannelse (da er positivt afhægngig af => mere kapital. Altså der er en krydseffekt mellem humankapital og fysisk kapital.

Fasediagram: For at finde nullclines bruges solowligningerne som er gived ved:

dette er også kaldet

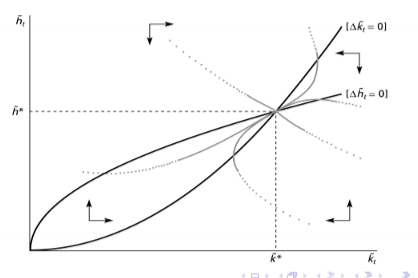
dette er også kaldet

For at finde nullclines for fysisk kapital og humankapital sætter man begge ligninger lig 0 og isolere for . Man sætter dem altså lig 0, for at, se hvor de ikke ændre sig længere.

Det samme gøres for solowligninen for humankapital også fås:

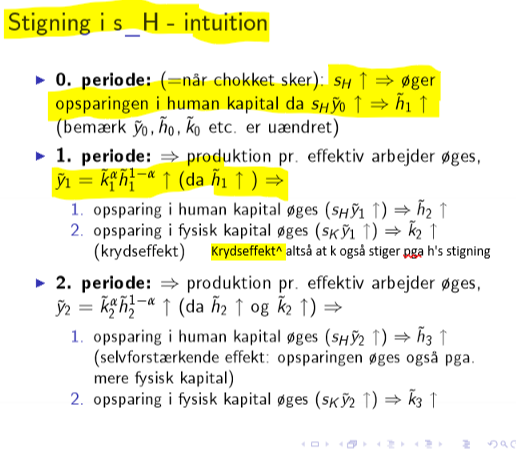
Det ses for nullclinen for fysisk kapital at det gælder, at a=1/3, derfor er 1-a > og dermed er funktionen konveks.

Det modsatte gør sig gældende for nullclinen for humankapital, hvor funktionen er konkav da nævneren i eksponenten er større end tælleren, altså mindre end 1.

  
  
Her er nullclines tegnet ind, det er vigtigt at få pilene med. Har snakket med niels og pilene vil altid vende de veje som de gør på billedet, ligemeget hvordan modellen og modellens ligninger ser ud, så man kan roligt bruge den her tegning.

**Effekter/intuition:**

1. En essentiel del at huske fra modellen, er at h og k er positivt afhængige af hinanden. Det vil sige, at når k stiger, stiger h og når k falder, falder h. Det er grundet krydseffekten og herefter den selvforstærkende effekt, som er omtalt længere oppe.
2. Pilene i fasediagrammet fortæller os, at vi altid vil ende i SS, ligemeget, hvor vi starter, så det er det samme som før, men vejen derhen er ikke trappeiteret som det plejer.
3. det er en betingelse, da økonomien vil vokse for evigt, hvis der ingen udtynding eller nedslidning er i økonomien.
4. da der ellers vil være eksponentialt stigende vækst, da det ville give konstant eller stigende marginalprodukt.



1. en pointe man kan have med er alternativomkostningen ved uddannelse, da det jo er tabt arbejdskraft i en periode.
2. Lande med højere vil have højere BNP pr. arbejder.

# Kapitel 7 modellen – Land.

Bemærk vi kigger på 2 modeller i dette kapitel. Første økonomi med tilhørende ligninger er listet nedenfor og gælder for en økonomi med land. Med land menes, der fysisk land/jord/kvm.

Et billede, der indeholder tekst

Automatisk genereret beskrivelse

I produktionsfunktionen er der tilføjet X, som betegner land. Humankapital er undladt i modellen, fordi der ikke giver nogen yderligere indsigter i analysen af økonomien. Bemærk at , hvilket betyder at vi har konstant skalaafkast.

Output pr. arbejder. Dividere produktionsfunktionen med

Da vi har land med i modellen, ændres dynamikken i modellen. Det betyder at hvis vi øger befolkningen , så falder og dermed falder . Intuition: Flere mennesker på samme stykke land vil sænke produktionen pr. arbejder og dermed sænke marginalproduktet til økonomien .

Effekt på kort sigt af at øge arbejdsstyrken med 1 % er %. Det ses ved:

Vækst i økonomien. Når vi ser på vækst i økonomien vil vi se på MP til produktionsfunktionen. Med andre ord, hvad væksten pr. arbejder er i økonomien.

Tager ln til og trækker differensen fra. (trækker værdi fra en periode fra værdien af næste periode)

Da væksten i er befolkning og er antaget som værende konstant giver det følgende vækst i økonomien. Bemærk ydermere at vores nye paramter i produktionen X, som angiver land, er konstant over tid (derfor intet fodtegn t) og derfor er forsvundet ud af vores vækstfunktion! Vi har altså en vækst i økonomien, der har en positiv sammenhæng med vækst i kapital og teknologi, men bliver modvirket at land og mængden af befolkning i landet.

Vækst i steady state. I denne model har vi at kapital/output forholdet er konstant i SS, for at opnå balanceret vækst må det derfor gælde at :

Analyse:

* Væksten er positiv, hvis væksten i det første led (teknologisk vækst) er højere end andet (befolkningsvæksten)
* Effekter af . Befolkningsvækst bidrager negativt til vækstraten i BNP pr arbejder. Skyldes at desto flere mennesker, på konstant mængde land, desto mindre plads bliver der. Der er derfor aftagende marginalprodukt til land, og dermed fald i produktion pr arbejder.  
  Stort betyder at land er vigtigt i produktionen, hvilket resulterer i større ”growth drag” fra befolkningsvæksten. Omvendt hvis er lille, så er betydningen af land meget lille dvs. væksten i økonomien er mindre følsom overfor befolkningsvæksten. Eksempelvis kan man forestille sig en økonomi, der er præget af en høj grad af teknologisk udvikling.

Transitionligning. I denne model kigger vi på kapital/output forholdet som er betegnet med Z.  
  
Vi benytter vores pr arbejder produktionsfunktion: :

Da gælder: :

Vi benytter nu: samt :

Steady state værdi

Da gælder: :

Stigning i udtynding af kapital vil betyde at kapital/output forholdet .

Ovenfor er dog ikke nok til at påvise steady state vækstbanen for output pr. capita. Se nedenfor:

Steady state vækststi for BNP/pr. arbejder

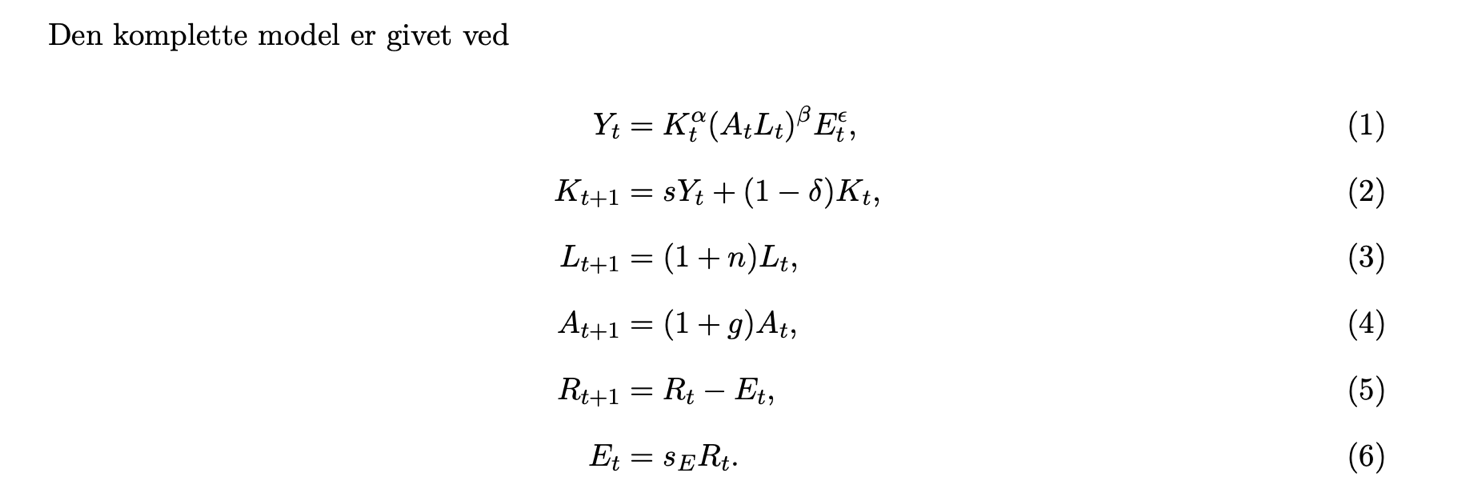
Deler med for at få

Til sidst udnytter vi igen at

Pointer fra kapitlet:

* Vi har vækst i SS selvom der er et fast input, land. Væksten er positiv, så længe den teknologiske vækst er større end befolkningsvæksten.
* En stigning i befolkningsvæksten har to negative effekter: et ”growth drag” pga. konstant mængde land (væksteffekt), samt fald i pga. øget udtynding (niveaueffekt)
* Graden for betydning af land, , afgør hvor følsom økonomien er overfor ændringer i befolkningsvæksten.

# Kapitel 7 modellen – Olie (udtømmelig naturressource)



Det gælder at . Vi analyserer modellen som at er konstant.

Output pr. capita. Deler produktionsfunktionen med .

Steady state vækst. Tager logaritmen til

Vi indsætter nu de kendte approksimative vækstrater:

Vi udnytter at: .

Ovenfor ses vækst ligningen for BNP pr. arbejder i den her økonomi. For at finde væksten i SS udnytter vi at for balanceret vækst gælder . (samme udregning som tidligere, bare med et ekstra led)

Analyse:

* Væksten i steady state afhænger af om væksten i teknologi er større end væksten i befolkningen og væksten i den udtømmelige ressource.
* falder med raten , hvilket ses i det ekstra led.
* Større udtøminingsrate (betyder mindre vækst i SS på lang sigt. Dog på kort sigt vil det svarer til at man pumpede mere olie op, som vil betyde mere produktivitet.
* Teknologien opvejer for den manglende vækst i olie på lang sigt, da man antager at olie forsvinder.
* Den øgede teknologiske vækst får os til at udnytte en dråbe olie bedre og bedre.

Kapital/output forholdet findes ved at dividere k med y.

Transitionsligning

Vi udnytter at , samt

Nu kan vi finde Steady state værdien for kapital/output forholdet i denne økonomi ved at sætte transitionsligningen til

Vi udnytter at :

Steady state vækststi for BNP/pr. arbejder

Deler med for at få

Til sidst udnytter vi igen at

Pointer fra kapitlet.

* Modellerne har vist, at vi har vækst på lang sigt i en økonomi trods fast eller udtømmelige ressourcer (land eller olie), fordi teknologisk opvejer for det.
* Økonomernes svar på det er, at markedet løser problemet ved at prisen pr. tønde stiger i takt med antallet af tønder forsvinder. Incitamentet til at forske og udvikle et alternativ bliver derfor højt, da der er mange penge af hente. Substituerbarhed.
* Hvis faste input eller udtømmelige naturressourcer har stor betydning for økonomien vil skift i befolkningsvækst have stor negativ effekt for økonomien på lang sigt.
* En stigning i befolkningen, n, har en negativ effekt på væksten i SS, fordi det lægger et pres på den udtømmelige ressource.

# Kapitel 8 modellen – Produktive eksternaliteter og endogen vækst

**Introduktion:**

Forskellen mellem kapitel 8 (og 9) og de andre kapitler er, at der nu er endogen vækst. Det vil sige, at ikke længere bare vokser med g, men er endogent bestemt i modellen. Når vi øger vores teknologiske niveau, bliver vi bedre til at producere, hvilket optimerer vores produktionsfunktion, for en given mængde af de andre parametre.

Altså er viden en positiv eksternalitet, som kommer hele økonomien til gavn, da viden er et offentligt gode. Styrken af denne eksternalitet måles ved .

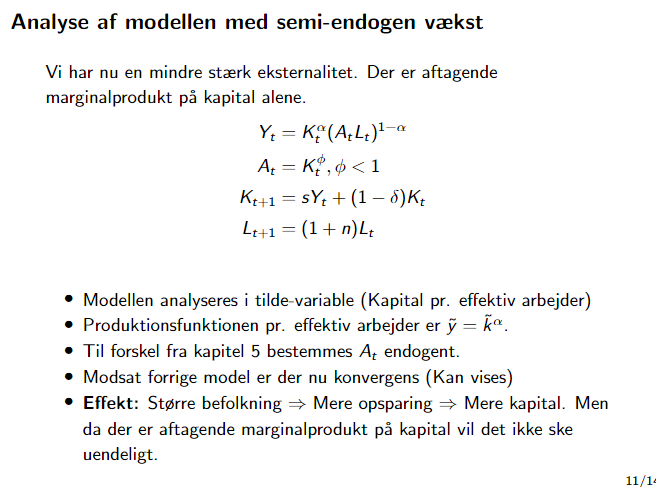
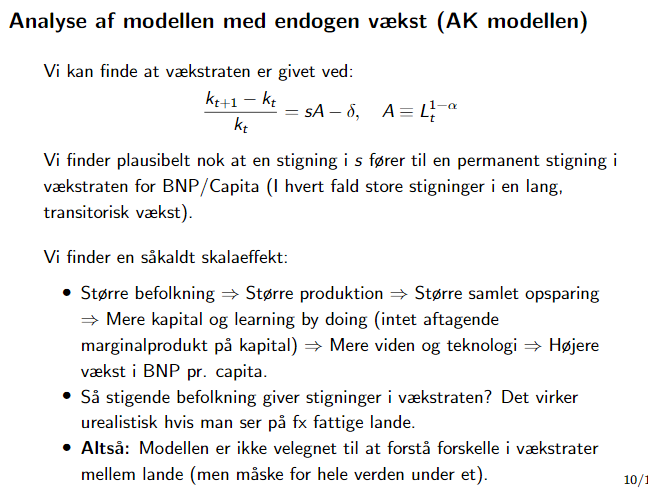
Der er konstant skalaafkast på virksomhedsniveau, for både K og L, pga. replikationsargumentet. På aggregeret niveau er der stigende skalaafkast for .

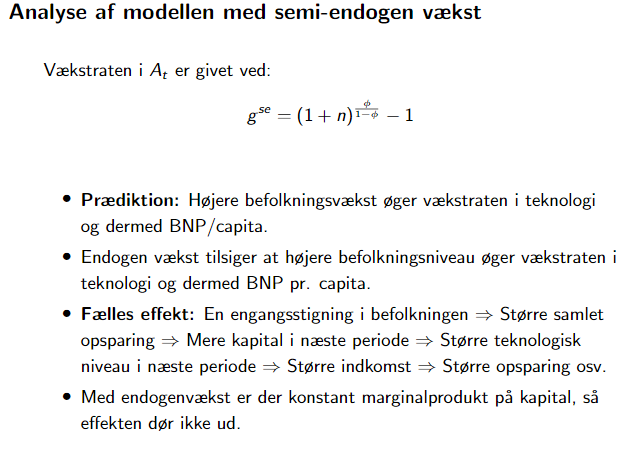
Endogen vs. Semi-endogen:

Ved er der endogen vækst, hvilket vil sige at der er en meget kraft eksternalitet ved viden og konstant marginalprodukt på kapital. Dette kaldes også AK-modellen. Når der er endogen vækst, bliver vi nødt til at antage n=0, da der ellers ville være eksplosvive vækstrater.

Semi-endogen vækst er ved hvilket er lidt mindre kraftig eksternalitet, og her er der aftagende marginalprodukt på kapital, og man behøver ikke at antage n=0.

**Analyse (á la Niels :D)**





**Transitionsligning (bemærk herfra kun for semi-endogen vækst)**

Vi finder først :

Fra ligning 2 ved vi:

Transitionsligingen findes lidt specielt for dette kapitel, man starter med og man deler den derefter op.

Herfra deles brøkerne op til tre brøker, så k’erne hører sammen osv. herefter, flippes brøken/eller sættes i -1 (potens) så A\_t+1 og L\_t+1 kommer op i tælleren.

Her bruges og L\_t+1 indsættes for at få (1+n) frem

Vi indsætter udtryk for:

Dividerer K\_t op i begge led:

Indsæt pr arbejder produktionsfunktionen:

Vi ganger begge sider med for at få transitionsligningen.

**Steady state:**

Vi finder steady state, ved steady state-betingelsen :

Steady state kun klart defineret for .

Og hermed er steady state for kapital udledt. For at finde y\* indsættes :

**Vækstbanen i SS:**

Vi ved at . Vi finder et udtryk for i steady state:

Da er konstant i SS, må det gælde at:

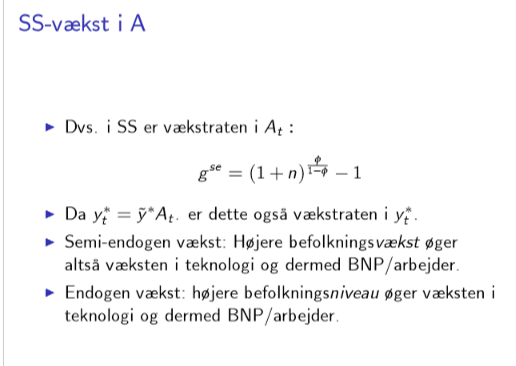
Vækstbanen for er derfor givet ved:

**SS-vækst i A:**

Vi tager udgangspunkt i

I steady state gælder :

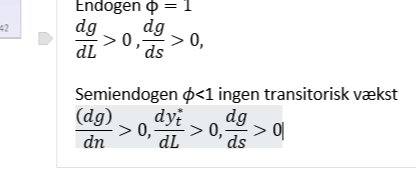
Vi indsætter og :



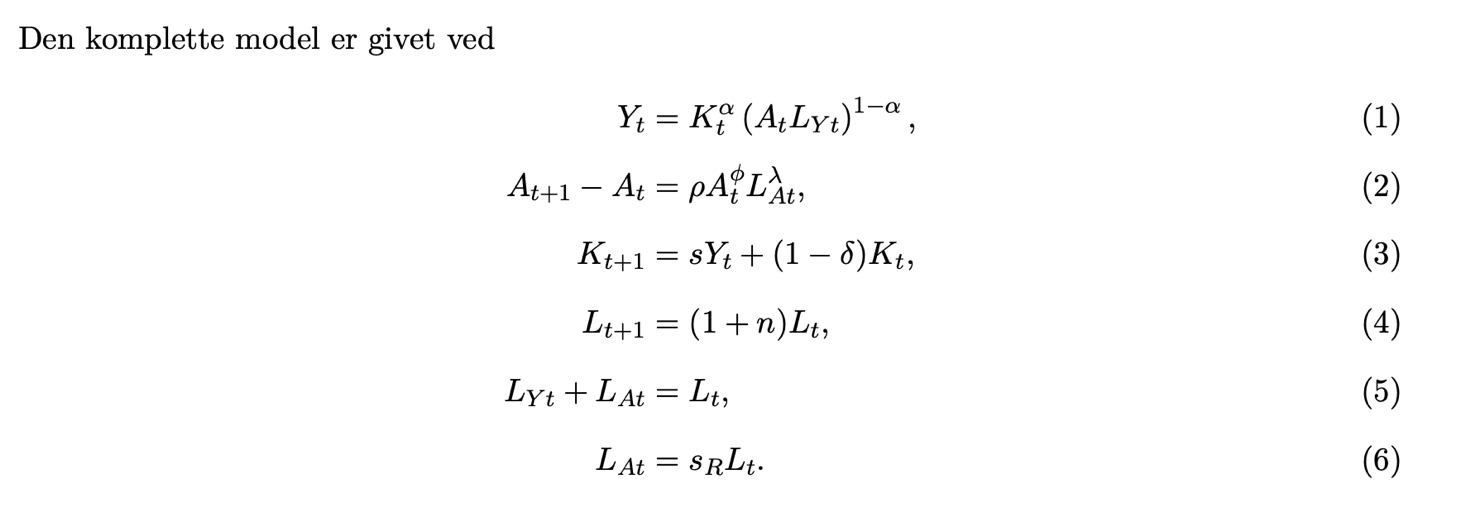
**Intution og fortolkning:**

Pointen med kapitel 8 er i bund og grund, at der er en kamp mellem skalaeffekter og transitorisk vækst. Transitorisk vækst betyder udtynding rundt sagt. Skalaeffekter, bunder i: flere mennesker => mere kapital => flere ideer. Med de flere mennesker følger netop den berørte transitoriske vækst, og det heri kampen ligger. Det er primært i den semi-endogen verden man snakker om at transitorisk vækst har en negativ effekt. I den endogene verden er skalaeffekterne så store at udtyndingen er lige meget nærmest.

Det er vigtigt at forstå, at en forøgelse af L, for eksempel en migration på 1 million mennesker (ingen påvirkning af n altså) vil være positivt både i den endogene og den semi-endogene model. Der vil dog være et initialt fald i y\*, men så over tid vil de mange mennesker bidrage positivt og y\* vil stige.



# Kapitel 9 modellen – Med forskningssektor (R&D)



Vi antager implicit i den her model at der er incitament i til at forske udvikle nye ideer, som sikrer monopolprofit ved nye opfindelser og/eller at den offentlige sektor bruger penge på forskning .

Viden/ny teknologi akkumulation. I den her model ses på en økonomi, hvor én forskningssektor er medtaget. Ligning 2 angiver akkumulationen af ny teknologi/viden (bemærk ingen nedslidning af ny teknologi/viden). Ligning 6 er nøglen i den her model. Den fortæller at der er en konstant og eksogen andel af befolkningen som arbejder i forskningssektoren.

Ved at rykke A over på den anden side i ligning 2, fås . Det fortæller at viden/teknologi akkumuleres via produktion af viden, , plus eksisterende viden .

´s betydning for ny teknologi/videns akkumulation i denne økonomi:

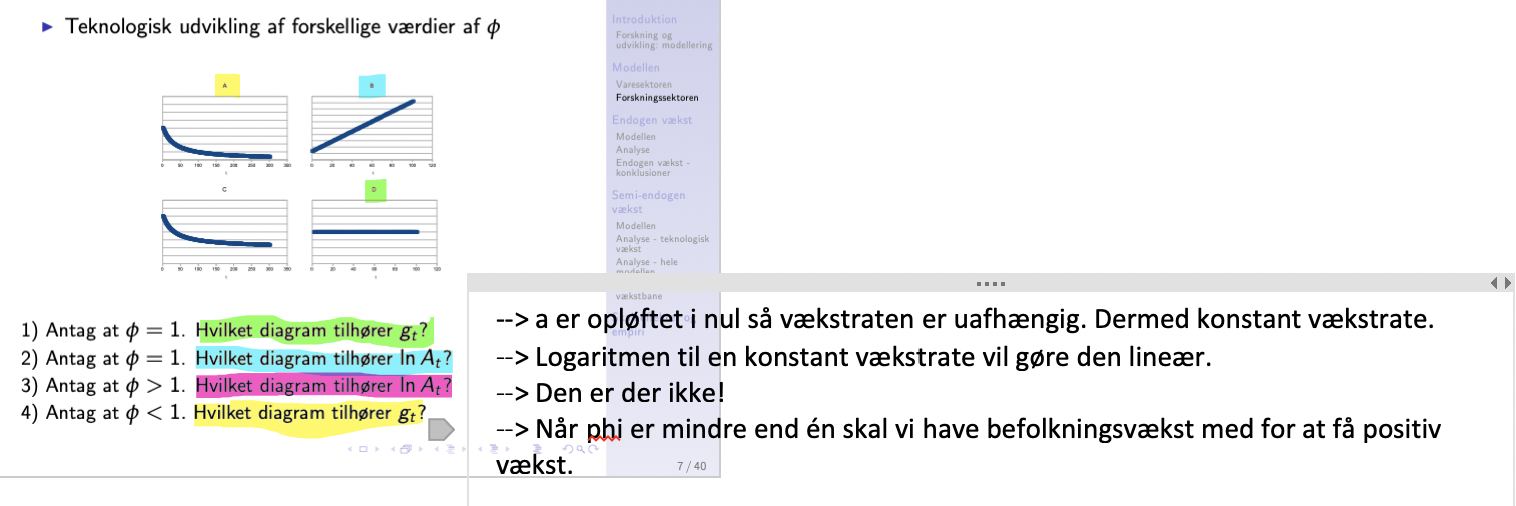
* **”Standing on shoulders”** . Nye ideer bygger på gamle ideer. Eksempelvis er det nemmere at lave tøj efter symaskinen blev opfundet.
* **”Fishing out”** . De *nemme* ideer er fisket op. Det bliver svære og svære at opfinde nye ting.

betydning for ny teknologi/ videns akkumulation i denne økonomi.

* Lambda fortæller hvor meget det betyder for produktion af ny viden, at øge antallet af personer i forskningssektoren.
* **”Stepping on toes”**. Beskriver det forhold, at to forskningsarbejder laver det samme arbejde, hvilket skulle medføre λ < 1, da der vil være et negativt, spillover fra den enkelte virksomheds R&D til det aggregerede niveau.

Vækstraten for ny teknologi/viden. Trækker fremtidige periode fra oprindelig periode og dividere med oprindelig periode.

Antallet af forskere er antaget konstant og derfor dropper vi fodtegn på L og indsætter ligning 6.



Endogen vækst.

Når vi kigger på endogen vækst i denne økonomi svarer det til at vi sætter . Det giver os følgende akkumulation i ny teknologi/viden. Husk er konstant.

Her afhænger teknologisk vækst af befolkningsniveau . Intuitivt må det gælde at vi kigger på en økonomi, hvor antallet af ideer stiger eksponentielt. Det er altså ”standing on shoulders” vi illustrer her med endogen vækst. Vi er nødt til at antage n = 0, ellers har vi en model med eksplosiv vækst.

Vækstraten i teknologi for endogen model:

Indsætter ligning 6

Semi-endogen vækst.

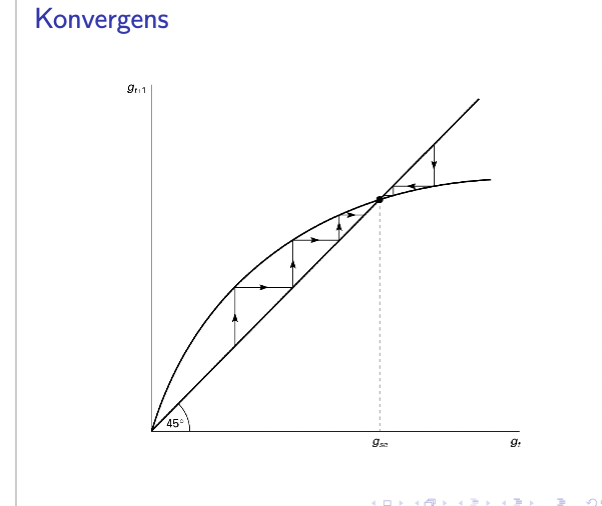
Når vi kigger på semi-endogen vækst i denne økonomi svarer det til at sætte . Det giver os følgende vækst i ny teknologi/viden. Husk er konstant.

Bemærk at phi er mellem 0 og 1. Det giver en negativ potens A er opløftet i. Derfor må det gælde at:

Vi har altså på lang sigt ingen vækst, når L er konstant. Intuitivt gælder at ”fishing out” effekten er stærk i denne økonomi. Det bliver svære på lang sigt at opfinde ny viden. Det kan modvirkes med vækst i antallet af befolkning. Flere forskere -> flere ideer, n>0.

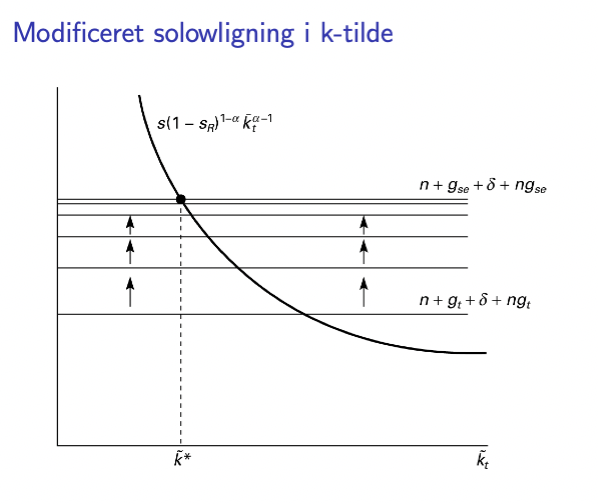
Transitionsligning for teknologisk vækst.

Solowdiagram for teknologisk vækst



Det ses at teknologisk vækst konvergere mod en fast konstant værdi, som er vist nedenfor ved

Modificeret solowligningen i k-tilde.



Steady state værdi for teknologisk vækst. Sætter og isolerer.

Dividere første led over og vender potensen.

Transitionsligning for kapital:

Indsætter ligning 5 og 6, og splitter i to brøker

Steady state værdi for kapital. Indsætter ind på g’s plads og benytter konvergensbetingelsen .

Steady state værdi for output **pr effektiv arbejder:**

Sammenhængen mellem og er givet ved:

Steady state for teknologiniveau: Vi sætter og isolerer for :

Steady state værdi for output **pr arbejder:**

Vi kan nu finde steady state værdien for output pr arbejder:

Effekter af at øge .

1. Fra , kommer en negativ effekt, fordi der er færre arbejdere i produktionssiden.
2. Fra , kommer en positiv effekt, fordi der er flere arbejdere i forskningssektoren, der vil få det teknologiske niveau til at stige

Skalaeffekter

Endogen vækst model:

* Flere forskere giver større BNP/arbejder vækst.
* Historisk har det ikke været tilfældet. En mulig grund er at ideer ikke diffundere på tværs af lande som antaget i modellen.
* Efter 1900-tallet steg befolkningstallet og andelen af arbejdere i forskningssektoren, men der udeblev en acceleration i teknologisk vækst.

Semi-endogen vækst model:

* Flere forskere giver større BNP/arbejder niveau. Større vækst i antallet af forskere giver større BNP/arbejder i vækst.
* Prædiktioner ovenfor er ikke foreneligt med lande på tværs, men for hele verden passer prædiktionerne! Væksten i befolkningen har været nogenlunde konstant i de sidste 100 år og det samme har væksten i antallet forskere .
* Problemet er, at væksten i antallet af forskere og formentligt befolkning ikke kan blive ved.